Universidad Nacional de Ingeniería - Facultad de Ingeniería Mecánica
Departamento Académico de Ingeniería Aplicada

CONTROL MODERNO Y ÓPTIMO (MT 227C)

Laboratorio 2

Profesora: Elizabeth Villota Cerna

Semestre 2009 I - UNI

Dado 08/05 - Entrega 18/05

Nota: En la parte posterior de la ultima página de su trabajo de laboratorio, por favor ponga el número de horas que le tomo resolver el laboratorio (incluya las horas de lectura).

Todas las figuras deben incluir un título, ejes indicando que variable se representa (con unidades respectivas) y límites de los ejes razonables.

Problema 1: Linealización

Considere el sistema presentado en el Laboratorio 1, el péndulo invertido sobre un carrito. Este sistema puede representar al Segway PT (ver Fig. 1), que es un vehículo eléctrico de autobalance con dos ruedas. La base de este vehículo consta de computadoras y motores que lo mantienen en posición vertical. Los usuarios se inclinan hacia adelante para ir hacia adelante o se inclinan hacia atrás para ir hacia atrás, y voltean usando una barra de mano. Los Segway PTs alcanzan velocidades de hasta 5.6 m/s (12.5 mph, 20 km/h). La inclinación del vehículo es detectada usando sensores giroscópicos, esta inclinación es una indicación de la pérdida del balance. Los motores de la base reciben comandos de control que hacen que el Segway PT vuelva al balance.

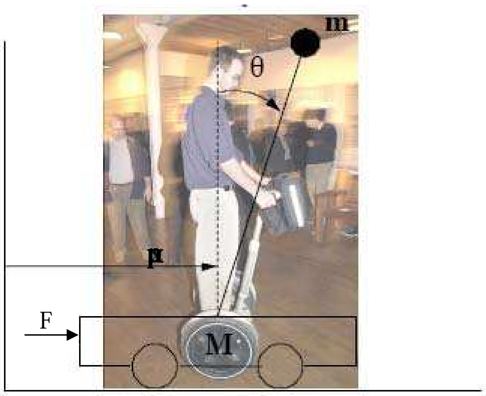

Figure 1: Sistema balanceado: péndulo invertido en un carrito.

La dinámica del sistema tiene la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} (M+m) & -ml\cos\theta \\ -ml\cos\theta & (J+ml^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{p} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c\dot{p} + ml\sin\theta\dot{\theta}^2 \\ \gamma\dot{\theta} - mgl\sin\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix},$$

donde M es la masa de la base, my J son la masa y momento de inercia del sistema a ser balanceado, l es la distancia de la base al centro de masa del sistema balanceado, c y γ son coeficientes de fricción viscosa, g es la aceleración de la gravedad y F es la fuerza horizontal aplicada al carrito.

1. ¿Cuáles son las variables de estado y de entrada del sistema? Defina la variable o variables de salida. ¿Cuál es su criterio de selección de la variables de salida?

2. Considere la dinámica en lazo abierto para cuando la entrada $F = 0$ y calcule los puntos de equilibrio del sistema. Detalle a qué configuraciones del sistema pertenecen los puntos de equilibrio.

3. Escriba la aproximación lineal del sistema en torno a cierto punto de equilibrio. ¿Por qué eligió dicho punto de equilibrio? ¿Bajo que condiciones podría Ud. usar el sistema aproximado? ¿Es el sistema estable?

4. Descargar el archivo `pendulo_invertido_carro.mdl` de la página web del curso, que presenta un modelo de la dinámica no lineal del péndulo invertido sobre un carrito. Considerar que: $M = 0.5$ kg, $m = 0.2$kg, $c = 0.1$N/m/sec, $\gamma = 0.1$N/rad/sec, $l = 0.3$m y $J = 0.006$kg*m^2. Considerar condiciones iniciales cero.

   (a) Copiar los parámetros del sistema en un archivo m-file (o un archivo '.m') y correr el archivo. En SIMULINK, correr el archivo `pendulo_invertido_carro.mdl` para una entrada del tipo escalón de magnitud igual a 0.2N. Obtener la gráfica de la posición p y el ángulo θ Vs. tiempo. La gráfica debe ser obtenida usando la información almacenada en el sumidero `To Workspace` (grabada con el nombre de `balance`). Para esto, Ud. debe copiar el siguiente texto en un archivo m-file localizado en el mismo directorio del archivo `pendulo_invertido_carro.mdl`.

   ```
   t=[balance.time];
   y=[balance.signals.values];
   figure(1)
   plot(t,y(:,1),t,y(:,3))
   ```

   (b) Usando la dinámica aproximada del sistema obtenga la respuesta en el tiempo de la posición p y el ángulo θ a una entrada escalón de magnitud 0.2N. Ud. tiene dos opciones para generar esta gráfica: 1) crear un archivo en SIMULINK usando la dinámica lineal del péndulo invertido sobre un carrito y guardar el resultado de la corrida en el sumidero `To Workspace` ó 2) escribir las correspondientes matrices de la representación espacio de estados (A,B,C,D) en un archivo m-file y aumentar el siguiente texto: `T=0:0.05:10;`

   ```
   U=0.2*ones(size(T));
   [Y,X]=lsim(A,B,C,D,U,T);
   figure(1)
   plot(T,Y); axis([0 2 0 20]);
   ```

   (c) Comparar las dos gráficas anteriores. ¿Qué se puede establecer del sistema de balance?

5. Descargar el archivo `pendulo_invertido_carro_PID.mdl` de la página web del curso, que presenta un modelo de la dinámica no lineal del péndulo invertido sobre un carrito y cuya posición angular es regulada con un controlador PID. Note que el archivo -mdl está incompleto.

   (a) Complete el lazo de realimentación en el archivo `pendulo_invertido_carro_PID.mdl`. Ejecute el archivo para las siguientes condiciones iniciales: $p_o = 0$, $\dot{p}_o = 0$, $\theta_o = 0.05$rad, $\dot{\theta} = 0$.

   (b) Grafique la respuesta en el tiempo del sistema controlado empleando la dinámica no lineal.

   (c) Usando la aproximación lineal obtenida en la primera parte, obtenga la gráfica de la respuesta en el tiempo para el sistema controlado.

   (d) Compare ambas gráficas. Note que el controlador PID fue obtenido usando el modelo linealizado del sistema. ¿Qué puede decir del comportamiento de la posición de la base del carrito? ¿Por qué se observa dicho comportamiento? ¿Qué ocurre si cambiamos las condiciones iniciales a $\theta_o = 0.5$rad?

Problema 2: Formas Canónicas y Solución de la Ecuación Espacio de Estados En base al modelo linealizado de la dinámica del sistema de balance: péndulo invertido sobre carrito, realizar lo que se pide. Asuma como salidas a la posición y el ángulo.

1. Determinar la función de transferencia (en lazo abierto) a partir del modelo espacio de estados linealizado. Considere condiciones iniciales igual a cero.

2. Compare el resultado de 1. con el resultado obtenido usando MATLAB.

   ```
   [num,den]=ss2tfm(A,B,C,D,1)
   G1=tf(num(1,:),den);
   G2=tf(num(2,:),den);
   ```
   ¿Qué puede decir sobre la estabilidad del sistema? ¿En base a qué razonamiento analiza la estabilidad?

3. Encuentre la forma canónica controlable del sistema en lazo abierto.

4. Compare el resultado obtenido en el punto 3 con lo que se obtendría usando las funciones del MATLAB.

   ```
   SYS=ss(A,B,C,D); \%Preparing state space model for further calculations
   SYSc=canon(SYS,'companion');
   ```

5. Encuentre la forma canónica observable del sistema en lazo abierto.

6. Repita los cálculos usando `SYSo=canon(SYS,'companion')`, ¿Cómo definiría SYS para este caso?

7. Encuentre la forma canónica modal del sistema en lazo abierto.

8. Compare el resultado obtenido en el punto 7 con el que se obtendría usando las funciones del MATLAB.

   ```
   SYS=ss(A,B,C,D); \%Preparing state space model for further calculations
   SYSm=canon(SYS,'modal');
   ```

9. Determine la solución de la ecuación espacio de estados (en lazo abierto) para una entrada del tipo $u = 0.2$N y condiciones iniciales igual a cero. Comience calculando la matriz de transición $\Phi(t) = e^{At}$. Verifique sus cálculos usando:

   ```
   syms t
   Phi=expm(A*t);
   ```

   Simule sus resultados usando:

   ```
   figure(1)
   ezplot('t^2'); \%t^2 es solo un ejemplo...
   ```

   Compare sus resultados con las gráficas obtenidas en el problema anterior, ¿existe coincidencia en la respuesta? Nota: Use la forma canónica modal para calcular su respuesta.

10. Calcule la solución del sistema a partir de las funciones de transferencia obtenidas en 1. Note que antes de aplicar la transformadas de Laplace inversa, se debe usar la transformada de Laplace de la entrada. Compare con la pregunta anterior.

11. Determine la solución de la ecuación espacio de estados (en lazo abierto) para condiciones iniciales iguales a $p_o = 0$, $\dot{p}_o = 0$, $\theta_o = 0.05$rad, $\dot{\theta} = 0$ y una entrada igual a cero. Comience calculando la matriz de transición $\Phi(t) = e^{At}$. Verifique sus cálculos usando MATLAB Symbolic y simule sus resultados. Compare sus resultados con:

    ```
    SYS=ss(A,B,C,D); \%Preparing state space model for further calculations
    figure(1)
    initial(SYS,xo);
    ```

12. Calcule la respuesta impulsiva del sistema. Verifique sus cálculos usando MATLAB Symbolic y simule sus resultados. Compare sus resultados con:

    ```
    SYS=ss(A,B,C,D); \%Preparing state space model for further calculations
    figure(1)
    impulse(SYS);
    ```

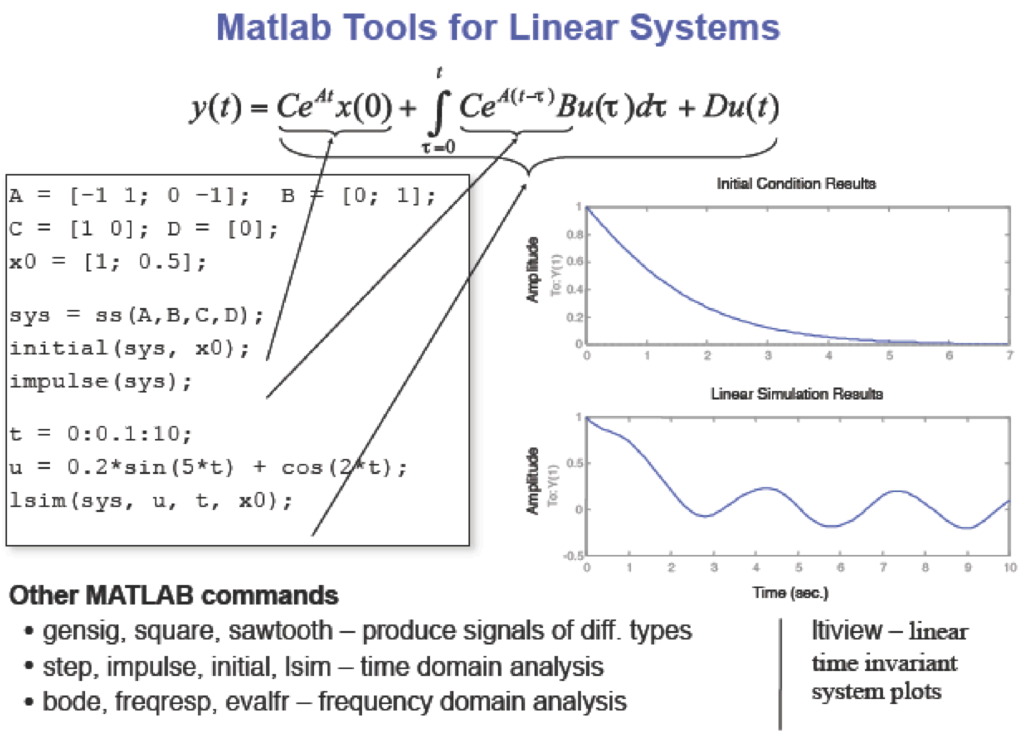

Figure 2: Herramientas en Matlab para sistemas lineales